

Ritsema, J., van Heijst H.J., Deuss, A., Woodhouse J.H. (2011), S40RTS: a degree-40 shear-velocity model for the mantle from new Rayleigh wave dispersion, teleseismic traveltimes, and normal-mode splitting function measurements. *Geophys. J. Int.*, 184, 1223–1236.

Shen, Z., Ai, Y., He, Y., Jiang, M. (2016), Using pre-critical PKiKP–PcP phases to constrain the regional structures of the inner core boundary beneath East Asia. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 252, 37–48.

Simmons, N.A., S.C. Myers, G. Johannesson, E. Matzel. (2012), LLNL-G3Dv3: Global P wave tomography model for improved regional and teleseismic travel time prediction. *J. Geophys. Res.* 117, B10302, doi: 10.1029/2012JB009525.

Stevenson, D.J. (1987), Limits of lateral density and velocity variation in the Earth's outer core. *Geoph. J. R. Astron. Soc.*, 88, 311–319.

Tateno S, Hirose K, Ohishi Y, Tatsumi Y. (2010), The structure of iron in Earth's inner core. *Science*, 330, 359–361.

Tian, D. and Wen, L. (2017), Seismological evidence for a localized mushy zone at the Earth inner core boundary. *Nat. Commun.*, 165, doi:10.1038/s41467-017-00229-9.

Tkalčić, H., B. Kennett, and V. Cormier. (2009), On the inner-outer core density contrast from PKiKP/PcP amplitude ratios and uncertainties caused by seismic noise. *Geophys. J. Int.*, 179, 425–443.

Tkalčić, H., V. Cormier, B. Kennett, and K. He. (2010), Steep reflections from the Earth's core reveal small-scale heterogeneity in the upper mantle. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 178, 80–91.

Waszek, L., Deuss, A. (2015), Anomalous strong observations of PKiKP/PcP amplitude ratios on a global scale. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 120, doi:10.1002/2015JB012038.

УДК 550.341: 550.311

ПОГЛОЩАЮЩИЕ СВОЙСТВА И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ВРЕМЕНА ПРОБЕГА ВО ВНУТРЕННЕМ ЯДРЕ ЗЕМЛИ ИЗ ИНВЕРСИИ ВОЛНОВЫХ ФОРМ

П.Б. Каазик, Д.Н. Краснощеков, В.М. Овчинников

ИДГ РАН

Приведены результаты оценки фактора Q , характеризующего поглощающие свойства среды, методом инверсии волновых форм. Для области верхней части внутреннего ядра до глубины 300 км величина $Q = 324 \pm 17$. Сравнение с величинами Q , определёнными методом спектрального отношения, показывает, что результаты статистически неразличимы. Метод инверсии позволяет также одновременно определять дифференциальные времена пробега волн PKPdf и PKPbc, которые значимо различаются с их оценками корреляционным методом, а также по временному положению максимальных амплитуд волн PKPdf и PKPbc.

Затухание сейсмических волн обусловлено неупругими характеристиками среды, к которым относятся мелкокомасштабные неоднородности типа дислокаций в кристаллах, внутреннее трение и другие [Cormier & Li 2002; Li & Cormier 2002; Cormier, 2009]. Эти факторы принято называть внутренним (собственным) поглощением. С другой стороны, затухание связано также с эффектами рассеивания, которые являются упругими процессами перераспределения энергии за счет отражения, преломления и обмена на границах раздела в среде. Эти рассеивающие элементы, расположенные на трассе распространения, при их малом размере, приводят к уменьшению амплитуды сейсмической волны [Vidale & Earle, 2000; Koper et al., 2004; Poupinet & Kennet, 2004; Krasnoshchekov et al., 2005; Leyton & Koper, 2007]. Количественной оценкой затухания сейсмической волны служит относительная потеря энергии за один цикл колебаний $Q = 2\pi \frac{\Delta E}{E}$ или обратная ей величина $q = \frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_a} + \frac{1}{Q_c}$. (Здесь Q_a – неупругое поглощение, Q_c – фактор рассеяния).

Неупругое поглощение очень чувствительно к изменению давления и температуры среды. Поэтому в условиях внутреннего ядра, где давление меняется слабо, пространственные вариации Q могут служить источником особенностей теплового режима ядра. На практике для определения Q во внутреннем ядре используют дифференциальные амплитуды спектров сейсмических волн PKPdf и PKPbc [Oreshin & Vinnik, 2004], либо отношение амплитуд во временной области [Каазик и др., 2015], измеренных в различных узких полосах частот. Использование двух типов волн позволяет частично исключить влияние коры и мантии. Основным недостатком этого метода связан с интерференцией волн PKP_{df} и PKP_{bc} на эпицентральных расстояниях 145–147°, то есть при зондировании самой верхней части внутреннего ядра.

В настоящей работе мы использовали для определения Q инверсию волновых форм сейсмических волн [Garcia et al., 2004; Iritani, 2010], предполагая, что изменение формы волн-ы PKP_{df} обусловлено вязкоупругим поглощением [Cormier & Li, 2002]. В первую очередь, чтобы оценить трудоемкость и возможность получения согласованного результата с оценками, полученными спектральным методом.

Метод оценки Q

Для оценки Q будем использовать нелинейный метод анализа формы волны, предложенный в [Garcia et al., 2004]. В соответствии с ним модель сейсмограммы на рассматриваемых расстояниях 146–152° можно представить суперпозицией трех импульсов:

$$S(t) = S_{bc}(t - \tau_{df}) * R(t) + S_{bc}(t) + AH(S_{bc}(t + \tau_{ab})) \quad (1)$$

где τ_{df} и τ_{ab} – время опережения волны PKP_{df} = $S_{bc}(t - \tau_{df}) * R(t)$ и запаздывания волн PKP_{ab} = $AH(S_{bc}(t + \tau_{ab}))$ относительно волны PKP_{bc}. $H(S_{bc}(t))$ – преобразование Гильберта¹ волны PKP_{bc}, $R(t)$ – импульсная реакция среды, описывающая поглощающие свойства верхней части внутреннего ядра, A – амплитуда волны PKP_{ab}, *

¹ Результат преобразования Гильберта из библиотеки MATLAB следует использовать с противоположным знаком.

– символ операции свертки. Форма волны $РКР_{bc} = S_{bc}(t)$ принимается за эталонную форму волны, относительно которой определяются неизвестные параметры. Пример фрагмента сейсмограммы, иллюстрирующий модель (1), показан на рис. 1.

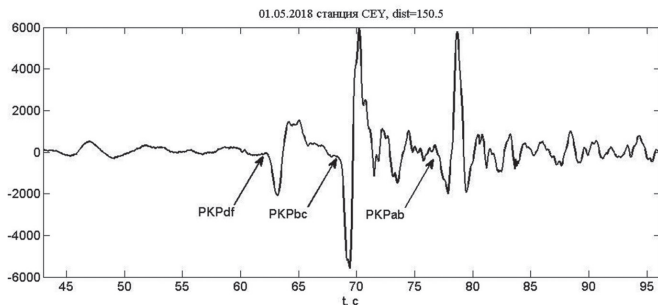


Рис. 1. Фрагмент сейсмограммы землетрясения на овах Фиджи 01.05.2018 г., зарегистрированного сейсмической станцией CEY на эпицентральной расстоянии 150.5°

Для трасс землетрясений из Таблицы 1 (см. подраздел «Сейсмические данные и результаты») в работе [Каазик и др., 2016] было показано, что Q не зависит от частоты. В этом случае импульсная характеристика $R(t)$ представима в следующем виде [Аки и Ричардс, 1983; Iritani et al., 2014]:

$$R(t, \tau^*) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\omega \tau^*}{2} + i \frac{\omega \tau^*}{\pi} \ln \frac{\omega}{2\pi}\right) \exp(i \omega t) d\omega, \quad (2)$$

где параметр $\tau^* = \int_i \frac{dt}{Q} = T/Q$. (T – время пробега волны $РКР_{df}$ по внутреннему ядру).

Таблица 1. Основные параметры землетрясений

Дата	Время в очаге, чч:мм:сс	Широта, градусы	Долгота, градусы	Глубина, км	mb (Mw)
19.08.2002	11:01:02.33	-21.700	-179.464	587.7	6.9
04.10.2002	19:05:49.94	-29.9802	-178.9677	628.4	6.0
10.12.2002	04:27:54.79	-24.200	-178.4125	555.1	5.5
19.05.2003	10:43:21.34	-18.1179	-178.6388	548.3	5.7
01.05.2018	19:47:53.00	-18.0199	-177.9375	585.0	(5.9)

Неизвестные параметры $\tau_{ab}, \tau_{df}, A, \tau^*$ определяются из решения оптимизационной задачи

$$\Psi(\tau_{ab}, \tau_{df}, A, \tau^*) = \min \sum_i |U(i\Delta t) - S(i\Delta t)|^k. \quad (3)$$

где $U(i\Delta t)$ – фрагмент реальной сейсмограммы, содержащий волны $РКР_{df}, РКР_{bc}, РКР_{ab}$, $i = 1, \dots, N$, $N\Delta t = T$ – длина анализируемого фрагмента сейсмограммы. При $k = 1$ формула (3) соответствует оценке по методу наименьших модулей (МНМ), а при $k = 2$ – оценке по методу наименьших квадратов (МНК). В англоязычной литературе норма L1 и L2, соответственно. Из физических представлений о распространении сейсмических волн в Земле на параметры налагаются дополнительные ограничения: вариации τ_{df} и τ_{ab} не превышают по модулю 2 с, $0 < A < 1.2$, $0.1 < \tau^* < 1.0$.

Вычислительный алгоритм решения задачи (3) с ограничениями реализован на использовании алгоритма стохастической оптимизации Метрополиса-Гастингса («simulated annealing» или «метод имитации отжига») [Kirkpatrick et al., 1983], который показал высокую эффективность при решении ряда задач с большим количеством переменных, а именно для: определения дифференциальных времен пробега волн, связанных с ядром [Garcia et al., 2004; Iritani et al., 2010; Iritani et al., 2014], определения функции сейсмического источника [Tocheport et al., 2007], определения относительного времени вступления волны на сейсмической группе [Chevrot, 2002], моделирования и реконструкции структуры и свойств пористых сред [Карсанина 2016], обнаружения и определения параметров волны РКПКР [Usoltseva & Ovtchinnikov, 2016]. Инверсия волновых форм осуществляется минимизацией целевой функции (3) с использованием как нормы L2, так и, для части данных, нормы L1 и программного кода из библиотеки MATLAB «simulannealbnd». Отличие состоит только в использовании степенного закона изменения температуры отжига $T^k = 0.85^k T_0$ [Usoltseva & Ovtchinnikov, 2016], где k – номер итерации, $T_0 = 2.15$.

Сейсмические данные и результаты

В работе проанализированы цифровые записи широкополосных каналов с полосой 0.01–10 Гц мировой сети наблюдений, зарегистрировавшей события в районе о-вов Фиджи. Параметры очагов землетрясений из бюллетеня Международного сейсмологического центра (ISC), сейсмограммы которых использованы для расчетов, приведены в Табл. 1.

На рис. 2 приведена карта взаимного расположения эпицентров и станций регистрации, а также проекции трасс распространения во внутреннем ядре на поверхность Земли. Как видно, область под Юго-Восточной Азией зондируется лучами РКР_{ДФ} вдоль относительно узкого профиля (пунктирные линии на рис. 2) от точки (20° с.ш., 169° в.д.) до точки (72° с.ш., 81° в.д.).

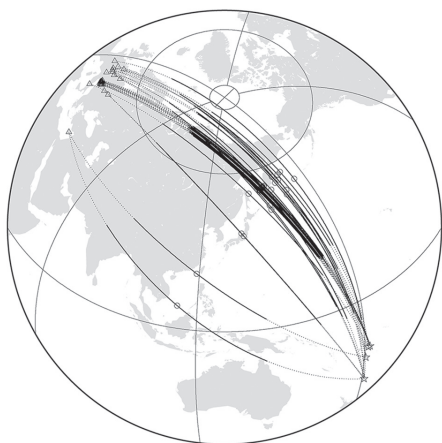


Рис. 2. Расположение сейсмических станций (серые треугольники) и сейсмических источников (звездочки). Полые кружки – координаты точек максимального погружения сейсмического луча во внутреннее ядро. Сплошные линии – проекции пути сейсмической волны РКР_{ДФ} во внутреннем ядре на поверхность Земли. Пунктир – часть трассы распространения вне твёрдого ядра

На рис. 3 показаны результаты решения нелинейной задачи (3) методом отжига [Goffe et al., 1994], где серым прямоугольником выделена референсная форма волны РКР_{bc}. Полученные модельные сейсмограммы (пунктирная кривая), несмотря на сложный характер колебаний от землетрясения, достаточно хорошо воспроизводят форму волн РКР_{ДФ} и РКР_{аб}. Результаты определения Q и дифференциальных времен пробега волн РКР_{ДФ} и РКР_{bc} по временному положению максимальных ампли-

туд $(t_{bc}-t_{df})_m$ указанных волн методом инверсии волновых форм $(t_{bc}-t_{df})_{inv}$ представлены в Таблице 2. (Формальная процедура метода для Q_{sp} приведена в Приложении).

Таблица 2. Результаты определения Q из дифференциальных амплитуд, методом инверсии волновых форм, и дифференциальных времен пробега

Дата	Код станции	Q_{sp}	Δ , град.	h , км	tstar, c	Q_{inv}	$(t_{bc}-t_{df})_{m^o}$, c	$(t_{bc}-t_{df})_{inv^o}$, c
19.08.2002	BFO		152.7	299			8.05	7.65
19.08.2002	CSS	473.1	148.4	193.3	0.3	392	5.4	5.65
19.08.2002	ECH	322.6	153.0	305.8			7.9	7
19.08.2002	GRFO	447.3	150.8	251.8	0.849	152		
04.10.2002	RUE	430.5	147.0	168.6	0.538	205	3.25	4.0
04.10.2002	CSS	268.3	148.4	194.7	0.819	144	5.05	6.3
04.10.2002	WLF	242.6	151.1	259.9	0.788	170	6.65	7.05
04.10.2002	KWP	195.8	146.6	161.1	0.538	201	3.2	4.4
04.10.2002	IBBN	603.8	148.3	192.4	0.52	225	4.45	5.15
04.10.2002	GRFO	250.2	150.2	239.4	0.46	280	6.1	6.6
04.10.2002	GRA1	248.7	150.2	239.4	0.463	279	6.2	6.7
04.10.2002	STU	267.3	151.5	270.0	0.554	245	7.0	7.35
04.10.2002	PSZ	305.4	149.1	212.8	0.552	221	5.65	5.75
04.10.2002	GRC	480.4	153.7	325.9	0.35	422	6.5	6.95
19.05.2003	ECH	262.9	149.6	221.8	0.3	415.7	5.5	5.5
19.05.2003	BFO	299.6	149.3	215.0	0.55	224.4	5.4	5.85
19.05.2003	TUE	341.2	150.9	254.0	0.32	414	6.4	6.65
19.05.2003	APEZ	294.6	153.2	308.9	0.313	461.3	8.18	9.7
19.05.2003	CII	297.6	153.9	331.2			6.8	9.9
01.05.2018	CADS	588.9	150.6	238.7	0.332	386.7	5.767	5.8
01.05.2018	CEY	505.5	150.5	245.2	0.332	391.3	6.187	5.9
01.05.2018	CRES	417.0	150.1	235.5	0.404	315.8	5.581	5.95
01.05.2018	CRNS		150.2	238.5	0.332	386.5	5.75	5.9
01.05.2018	DOBS	233.9	149.8	228.2	0.32	393.3	5.514	5.2
01.05.2018	GBAS	298.2	150.3	240.5	0.35	368.0	7.839	5.95
01.05.2018	GBRS	286.5	150.6	247.0	0.332	392.6	6.271	6.3
01.05.2018	GCIS	371.5	150.0	233.3	0.367	346.3	5.893	5.9
01.05.2018	GORS	292.4	150.1	234.9			5.776	
01.05.2018	GROS	1181.7	149.5	221.1	0.367	338.0	5.514	5.5
01.05.2018	JAVS	352.4	150.5	244.1	0.297	436.6	6.019	4.95
01.05.2018	KNDS	408.4	150.7	250.3	0.367	357.3	6.313	6.4
01.05.2018	KOGS	786.4		215.4	0.367	334.3	3.483	5.2
01.05.2018	LJU	367	150.2	237.5	0.332	385.8	5.85	5.2
01.05.2018	MOZS	590	149.9	232.4	0.298	425.7	5.682	5.15

В Таблице 3 приведены описательные статистические характеристики для Q , рассчитанных тремя методами. Средние значения Q_{sp} и Q_{inv} при доверительной вероятности 0.95 статистически неразличимы. В последней строке Табл. 3 для сравнения $Q_{sp}(1)$ рассчитана по данным из работы [Ivan & Pora, 2004], которые характеризуют поглощающие свойства верхней части внутреннего ядра (эпицентральных расстояния 148–149°, в то время как две верхние строки получены по данным в основном для эпицентральных расстояний 149–151°. Таким образом, данные Табл. 3 позволяют полагать, что поглощение имеет тенденцию к уменьшению (Q увеличивается) с глубиной погружения сейсмического луча во внутреннее ядро. Полученные данные хорошо согласуются с данными работы [Kasama et al., 2008], где $Q = 350–360$. С другой стороны, в работе [Iritani, 2010] для примерно того же региона, при наблюдениях на сейсмических станциях в Японии (группа J-agay) землетрясений в Южной Америке методом инверсии волновых форм получены значения

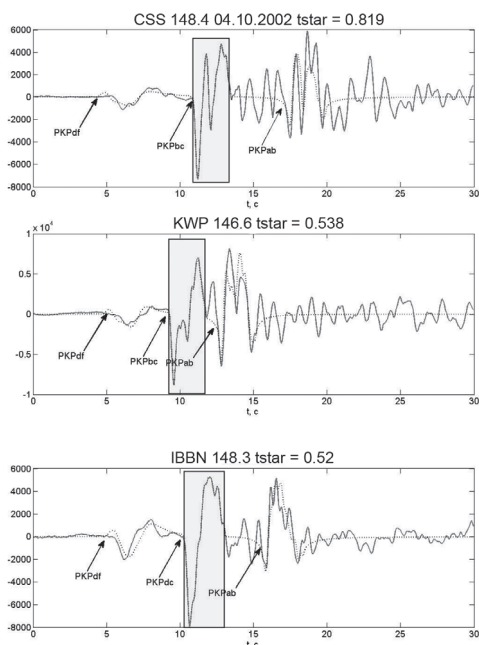


Рис. 3. Результаты подгонки модели сейсмограммы к реальным сейсмограммам для землетрясения 4 октября 2002 г. на о-вах Фиджи на сейсмических станциях CSS (эпицентральное расстояние 148.4°), KWP (146.6°), IBNN (148.3°). Серым прямоугольником выделен фрагмент, принятый за эталонную форму волны PKP_{bc}

Таблица 3. Описательные статистики для Q , рассчитанных тремя способами

Метод	N	Среднее	Стандарт. отклонение	Ошибка среднего	Нижняя граница 95% доверит. интервала	Верхняя граница 95% доверит. интервала	Медиана
Q_{sp}	31	372.0	135.0	24.3	322.4	421.5	322.6
Q_{inv}	30	323.7	94.3	17.2	288.5	358.9	351.7
$Q_{sp}(1)$	93	294.9	96.6	20.0	275.0	314.8	271

$Q = 370$ в верхах внутреннего ядра; затем Q непрерывно уменьшается до 180 на глубинах 200–250 км от границы между внешним и внутренним ядром. Следует отметить, что в цитируемой работе широкополосные сейсмограммы были предварительно отфильтрованы в полосе 0.5–2 Гц, что служит возможным фактором, объясняющим более низкие значения Q , чем в настоящей работе.

Из данных Табл. 2 следует, что разность между двумя оценками дифференциальных времен пробега составила $(t_{bc-df})_m - (t_{bc-df})_{inv} = -0.25 \pm 0.16$ с. То есть дифференциальное время в реальности оказывается систематически больше. Отсюда следует, что многие модели перехода от внешнего к внутреннему ядру в восточ-

ном полушарии при более широком использовании метода инверсии волновых форм потребуют небольшой корректировки скорости распространения продольных волн в верхней части внутреннего ядра на величину порядка нескольких десятых долей процента.

Выводы

1. Среднее значение фактора Q , полученное методом инверсии волновых форм для региона внутреннего ядра под Юго-Восточной Азией, составило 323 ± 17 .

2. Средние значения Q , рассчитанные тремя разными способами, статистически неразличимы.

3. Дополнительным преимуществом метода инверсии волновых форм является возможность независимой оценки дифференциального времени между волновыми формами RKP_{df} и RKP_{bc} .

Исследование выполнено в рамках Государственного задания (рег. номер АААА-А17-117112350012-4).

Литература

- Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология. М. : Мир, 1983.
- Каазик П.Б., Краснощеков Д.Н., Овчинников В.М., Усольцева О.А.* О затухании сейсмических волн во внутреннем ядре // Динамические процессы в геосферах: сб. научных трудов ИДГ РАН. М. : ГЕОС. 2005. С. 182–192.
- Карсанина М.В.* Моделирование и реконструкция структуры и свойств пористых сред с помощью корреляционных функций : диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. ИДГ РАН, 2016.
- Chevrot S.* Optimal measurement of relative and absolute delay times by simulated annealing // *Geophys. J. Int.* 151, 164–171, 2002.
- Cormier, V.F., Li, X.* Frequency-dependent seismic attenuation in the inner core. 2. A scattering and fabric interpretation // *J. Geophys. Res. (Solid Earth)* 107 (B12), 2362, 2002.
- Garcia, R., Chevrot, S., Weber, M.* Nonlinear waveform and delay time analysis of triplicated core phases // *J. Geophys. Res.* 109, B01306, 3121–3124, 2004.
- Goffe, Ferrier and Rogers.* Global Optimization of Statistical Functions with Simulated Annealing // *Journal of Econometrics*, vol. 60, no. 1/2, pp. 65–100, 1994.
- Iritani, R., Takeuchi, N., Kawakatsu, H.* Seismic attenuation structure of the top half of the inner core beneath the northeastern Pacific // *Geophys. Res. Lett.* 37, L19303, 2010.
- Iritani R., N. Takeuchi, H. Kawakatsu.* Intricate heterogeneous structures of the top 300 km of the Earth's inner core inferred from global array data: I. Regional 1D attenuation and velocity profiles // *Phys. Earth and Plan. Int.* v. 230 p. 15–27, 2014.
- Kazama, T., H. Kawakatsu, and N. Takeuchi,* Depth-dependent attenuation structure of the inner core inferred from short-period Hi-net data // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 167, 155–160, 2008.
- Kirkpatrick, S., C. Gelatt, and M. Vecchi.* Optimization by simulated annealing // *Science*, 220, 671–680, 1983.
- Krasnoshchekov D.N., Kaazik P.B., Ovtchinnikov V.M.* Seismological evidence for mosaic structure of the surface of the Earth's inner core // *Nature*. V. 435. P. 483–487, 2005.
- Li, X., Cormier, V.F.* Frequency-dependent seismic attenuation in the inner core, 1. A viscoelastic interpretation // *J. Geophys. Res. (Solid Earth)* 107, 2361, 2002.

Oreshin, S., Vinnik, L. Heterogeneity and anisotropy of seismic attenuation in the inner core // *Geophys. Res. Lett.* 31, L02613, 2004.

Tocheport A., L. Rivera, and S. Chevrot. A systematic study of source time functions and moment tensors of intermediate and deep earthquakes // *Journal of geophysical research*, vol. 112, b07311, doi:10.1029/2006JB004534, 2007.

Usoltseva O.A., Ovtchinnikov V.M. Application of a simulated annealing method for detection and measurement of parameters of PKIKP waves // *Geocosmos*, p. 220, 2016.

Vidale, J.E., Dodge, D.A., Earle, P.S. Slow differential rotation of the Earth's inner core indicated by temporal changes in scattering // *Nature* 405, 445–448, 2000.

Приложение. Спектральный метод определения поглощения во внутреннем ядре Земли

Амплитуды различных фаз обеспечивают информацию о поглощении в недрах Земли. Спектральную амплитуду сейсмической фазы можно представить в виде

$$A(f) = S(f)G \exp(-\pi f t^*),$$

где $S(f)$ – спектральная функция источника, G описывает геометрическое расхождение и эффекты на границах раздела в среде (отражение, преломление).

$$\text{Параметр } t^* = \int_s dt / Q = t / Q. \quad T - \text{ время пробега по } S.$$

Для оценки поглощения во внутреннем ядре будем использовать спектральные амплитуды волн РКР_{df} и РКР_{bc} в дифференциальной форме:

$$\ln[A_{df}(f)/A_{bc}(f)] = \ln(G_1/G_2) - \pi f(T_{df}/Q - T_{bc}/Q).$$

Дифференциальная форма позволяет исключить из рассмотрения спектральную функцию источника и частично влияние геометрического расхождения за счет того, что в коре, мантии и внешнем ядре пути фаз РКР_{df} и РКР_{bc} близки. Принимая во внимание также высокую добротность внутреннего ядра $Q \sim 10000$, спектральное отношение приближенно можно записать в следующем виде

$$\ln[A_{df}(f)/A_{bc}(f)] = a - \pi f t^*.$$

Если Q не зависит от частоты, то последнее соотношение является линейной функцией частоты в полулогарифмических координатах с угловым коэффициентом πt^* . Отношение амплитуд $[A_{df}(f)/A_{bc}(f)]$ рассчитывается либо с использованием преобразования Фурье, либо фильтрацией рядом полосовых фильтров исходной сейсмограммы.